

銘傳大學 96 學年度轉學生招生考試

資訊管理學系、資訊傳播工程學系、資訊工程學系  
電腦與通訊工程學系、醫療資訊與管理學系

7 月 25 日 第四節

微積分試題

(第 | 頁 共 | 頁)

(限用答案本作答)

\*每題請寫下必要之過程, 否則該題可能不計分。

可使用計算機

不可使用計算機

1. 求下列極限(如果存在的話):

(共四小題每題 5 分共 20 分)

a.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x+a} - \sqrt[3]{a}}{x} = ?$

b.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1} = ?$

c.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \cos(x)}{\sin(x)} = ?$

d.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x} - x) = ?$

2. 求下列函數的導函數:

(共兩小題每題 5 分共 10 分)

a.  $\frac{d(e^x \sqrt{x})}{dx} = ?$

b.  $D_x \int_1^{x^2} (e^t + t) dt = ?$

3. 求下列積分:

(共五小題每題 5 分共 25 分)

a.  $\int_0^{\infty} x^2 e^{-x} dx = ?$

b.  $\int \frac{3x+1}{x^2-1} dx = ?$

c.  $\int_{\pi}^{\pi} x^2 \sin(x) dx = ?$

d.  $\int_{\pi/4}^{\pi/4} \int_{\pi/2}^{2 \cos(\theta)} r dr d\theta = ?$

e.  $\int_0^1 \int_{1/2}^1 e^{y^2} dy dx = ?$

4. 下列級數是否收斂如果收斂求解其收斂值: (共兩小題每題 5 分共 10 分)

a.  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k(k+1)} = ?$

b.  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2^k}{k!} = ?$

5. 曲線  $y = x^2 + 2x + 3$  在點  $P(0, 3)$  的切線方程式為何? (5 分)

6. 若  $\frac{dy}{dx} = xy$ , 且當  $x = 0$  時  $y = 1$ 。則  $y = ?$  (5 分)

7. 若  $f'(2) = g'(2) = f(2) = g(2) = 2$ , 則  $(f \circ g)'(2) = ?$  (5 分)

8. 若  $f(x) = x^2 \cos(x)$ , 估計  $f(0.1)$  (正確至小數點後第五位)。 (5 分)

9. 若  $f(x) = xe^x$ , 則  $(f^{-1})'(1) = ?$  (5 分)

10. 某次考試因為大家的成績均很差, 於是老師採取了得分方式為將原得分取平方根再乘以 10。假設函數  $f(x), 0 \leq x \leq 100$  為新得分數較原始分數多出的分數。詳細列出此函數的各項重要訊息(包含極值、漸增漸減、凹凸性等)並繪出函數圖形。 (10 分)

試題完