

銘傳大學八十八學年度轉學生招生考試

八月三日 第四節

經、統、財金、企、會、國 轉二

微積分 試題

所有答案請填寫於答案本內，禁止使用電子計算機

壹、填充題：(每題五分共七十五分，填入答案即可不需過程)

a. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin(x)} - \frac{1}{x} \right) = \underline{\hspace{2cm}}$

b. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 10 \cos(x)}{5x^2} = \underline{\hspace{2cm}}$

c. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n} = \underline{\hspace{2cm}}$

d. $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 + x}) = \underline{\hspace{2cm}}$

e. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(t+x)^2 - \sin(t)^2}{2x} = \underline{\hspace{2cm}}$

f. $\int_0^{\pi} \cos(2x) dx = \underline{\hspace{2cm}}$

g. $\int \frac{2x}{x^2 - 1} dx = \underline{\hspace{2cm}}$

h. $\int_0^{\infty} x^3 e^{-x^2} dx = \underline{\hspace{2cm}}$

i. $\int_0^1 \int_{x=y}^{x=1} \sin(x^2) dx dy = \underline{\hspace{2cm}}$

j. $\int_{-4}^4 \sqrt{|x|} \sin(x) dx = \underline{\hspace{2cm}}$

k. $\ln(1+x)$ 之 Maclaurin series 為 $\underline{\hspace{2cm}}$

l. 估計 $\cos(0.4) = \underline{\hspace{2cm}}$ (正確至小數點後三位)

m. 方程式 $ye^x + xe^y = 1$, 經過 $(0, 1)$ 的切線斜率為 $\underline{\hspace{2cm}}$

n. 設 $x = 2t + t^2$, $y = 3t - t^3$, 則 $dy/dx = \underline{\hspace{2cm}}$ (以 t 之函數表示即可)

o. $f(x) = \int_0^{x^2} \cos(\sqrt{t}) dt$ 則 $f'(x) =$ _____

貳、計算題: (必須詳細寫下過程, 否則不與計分)

- a. 一氣球半徑(=r)測量得到 100 ± 0.1 公分, 試問此測量誤差 0.1 公分對此氣球表面積(= $4\pi r^2$)的估計的影響為何?(以百分比表示)(十分)

b. 設 $f(x) = \begin{cases} \sin(x) & -2\pi < x < 0 \\ x & 0 \leq x < 1 \\ x^2 & 1 < x < 2 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$

- (1) 詳細列出此函數的各項重要訊息(包含極值、漸增漸減、反曲點等等...) 並繪出此函數圖形。(十分)
- (2) 以此例說明極限存在、連續及可微分之間的關係。(五分)

試題完