

銘傳大學 106 學年度暑假轉學生招生考試

生物醫學工程學系、電子學系

第一節

「工程數學」試題

(第 1 頁共 2 頁) (限用答案本作答)

可使用計算機 不可使用計算機

1. 已知二階一次線性微分方程式(1)及其兩個特解(particular solution) y_{p1} , y_{p2} 如下：(20%)

$$y'' + y = 2, \quad (1)$$

$$y_{p1} = 2 + \cos x, \quad y_{p2} = 2 + \sin x$$

請回答下列問題：

- (a) 請觀察上述兩個特解 y_{p1} , y_{p2} 的特性，你是否能根據其特性而找出另外一個特解？
- (b) 當輸入為零時，此微分方程式(1)的齊性解(homogeneous solution) 為何？
- (c) 微分方程式的全解(total solution)包含齊性解與特解的和，則此微分方程式(1)的全解為何？
- (d) 上列微分方程式(1)所表示的實際系統的特性為何？請說明理由。
2. (a) 試以未定係數法或拉氏轉換法(Laplace transform)求解下列微分方程式(2)的通解(general solution) (10%)

$$y''(t) - 3y'(t) - 4y(t) = 0 \quad (2)$$

- (b) 上列微分方程式(2)的歸類為何？(以order, degree, linear or nonlinear ODE or PDE來分類) (10%)
3. 試找出一個微分方程式(ODE)使其通解(general solution)為下列函數，其中 c 為任意常數。提醒：
微分方程式不含任意常數 (10%)

$$y = cx^2 - x - 1 \quad (3)$$

本試題係兩面印刷
Exam Printed on 2 sides.

銘傳大學 106 學年度暑假轉學生招生考試

生物醫學工程學系、電子學系

第一節

「工程數學」試題

(第 2 頁共 2 頁) (限用答案本作答)

可使用計算機 不可使用計算機

4. 在 x_1x_2 - 平面上，一個有彈性的圓形薄膜，其邊界方程式為圓 $x_1^2 + x_2^2 = 1$ ，若將在其上的點 $P:(x_1, x_2)$ 以線性映射 $y=Ax$ 至 $Q:(y_1, y_2)$ 點，其映射關係式為 $y_1 = 5x_1 + 3x_2$, $y_2 = 3x_1 + 5x_2$ ，試求

(a) 映射矩陣 A 及其特徵值(eigenvalues)為何？ (10%)

(b) 映射後的主軸方向(principal directions, i.e. 特徵向量之方向)為何？ (10%)

5. (a) 下列系統方程式(systems of equations)的係數矩陣 A 及其擴增矩陣 \tilde{A} 的秩(rank)各為何？可從列運算結果或獨立向量的個數說明之。(10%)

(b) 依據變數個數及上述條件說明此系統方程式的解(solution)的個數為何？ (10%)

$$-x + 2y = 0$$

$$4x - 2y = -3$$

$$3x - 5y = -0.5$$

6. 試從基底函數(basis functions)的不同或是系統暫態和穩態響應的觀點，說明拉氏轉換(Laplace transform)和傅立葉轉換(Fourier Transform)的差異為何？ (10%)

本試題係兩面印刷
Exam Printed on 2 sides.

試題完
End of exam