

銘傳大學 105 學年度暑假轉學生招生考試

生物醫學工程學系、電子學系

第一節

「工程數學」試題

(第 / 頁共 2 頁) (限用答案本作答)

可使用計算機 不可使用計算機

1. 下列微分方程式(1)所表示的圖形及其正交曲線族(family of curves)為何? 皆需證明過程及繪圖。
(10%)

$$y' = \frac{y}{x} \quad (1)$$

2. 已知二階線性微分方程式(2)及其兩個特解 y_{p1} , y_{p2} 如下: (10%)

$$y'' + y = 1, \quad (2)$$

$$y_{p1} = 1 + \cos x, \quad y_{p2} = 1 + \sin x$$

請回答下列問題:

- (a) 兩個特解的和($y_{p1} + y_{p2}$)及差($y_{p1} - y_{p2}$)是否仍為微分方程式(2)之特解, 請說明理由。
- (b) 此微分方程式的全解(total solution) 為何?
3. 試以拉氏轉換法(Laplace transform)求解微分方程式(3)的初始值問題(initial value problem) (20%)
- $$y''(t) + 4y'(t) + 3y(t) = 2e^{-2t}, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0 \quad (3)$$
4. 若下列線性方程式系統(systems of equations)有解(solution), 則 b_1 , b_2 , b_3 之關係方程式為何?
(20%)

$$3x_1 + 2x_2 + x_3 = b_1$$

$$2x_1 + x_2 + x_3 = b_2$$

$$6x_1 + 2x_2 + 4x_3 = b_3$$

本試題係兩面印刷
Exam Printed on 2 sides

銘傳大學 105 學年度暑假轉學生招生考試

生物醫學工程學系、電子學系

第一節

「工程數學」試題

(第 2 頁共 2 頁) (限用答案本作答)

可使用計算機 不可使用計算機

5. 在 x_1x_2 - 平面上，一個有彈性的圓形薄膜，其邊界方程式為 $x_1^2 + x_2^2 = 1$ ，若將在其上的 $P:(x_1, x_2)$ 點線性映射至 $Q:(y_1, y_2)$ 點，其映射關係式為 $y_1 = 5x_1 + 3x_2$ ， $y_2 = 3x_1 + 5x_2$ ，試求
- (a) 映射矩陣 A 為何？使得上述映射能表示成 $y = Ax$ 的形式 (5%)，(b) 映射後的主軸方向 (principal directions, i.e. 特徵向量之方向) 為何？ (10%)

6. (a) 下列線性方程式系統 (systems of equations) 是否有解 (solution)？須依據變數個數、係數矩陣 A 及其擴增矩陣 \tilde{A} 的秩 (rank) 的條件說明 (5%)，(b) 若有解，請解出其解。 (10%)

$$9x + 3y - 6z = 60$$

$$2x - 4y + 8z = 4$$

7. 已知脈波函數 $f(x) = \begin{cases} 2, & -2 < x < 2 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$ ，試求其傅立葉轉換 (Fourier Transform)，其公式如下

$$\hat{f}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-i\omega x} dx$$

需整理至最簡式，例如可能包含 $\sin(a\omega)$ 或 $\cos(a\omega)$ 。(10%)

本試題係兩面印刷
Exam Printed on 2 sides.

試題完
End of exam