

銘傳大學 97 學年度研究所碩士班招生考試

應用統計資訊學系碩士班

線性代數試題(第三節)

(第 1 頁共 2 頁) (限用答案本作答)

可使用計算機 不可使用計算機

※每題十分，請按照題號順序作答。

壹、是非題(本大題之 A, B, P 均為 $n \times n$ 方陣, $n \geq 2$: (填入是或否即可)

- (A) $\det(A^T A) = \det(A^2)$ (是 否)
 (B) If $\det(A) = -3$, then $Ax = 0$ has only the trivial solution. (是 否)
 (C) $\det(-A) = -\det(A)$ (是 否)
 (D) If $\det(A) = 0$, then $A = O$. (是 否)
 (E) If $\det(A) > 0$, then $\det(A) > \det(A^{-1})$. (是 否)
 (F) If $\det(A) = 0$, then $\det(\text{adj } A) = 0$. (是 否)
 (G) If $B = P A P^{-1}$, and P is nonsingular, then $\det(B) = \det(A)$. (是 否)
 (H) If $\det(AB) = 10$ and $\det(A) = -5$, then $\det(B) = -2$. (是 否)
 (I) If $A^2 = I_n$, then $\det(A) = 1$. (是 否)
 (J) If $A^T = A^{-1}$, then $\det(A) = 1$. (是 否)

貳、填充題：填入適當的字(中英文均可)

(A) List of singular $n \times n$ matrix Equivalences:

1. A is singular.
2. $Ax=0$ has 甲 solutions.
3. A is not row equivalent to 乙.
4. The linear system $Ax=b$ (depend on b) has no solution or infinite number of solutions.
5. A^{-1} does not exist.
6. $\det(A) =$ 丙

(B) 令 B 是 4×4 階矩陣並假設 $|B| = 3$, 計算:

(A) $|(-2B)^{-1}| =$ 丁 (B) $|B(\text{adj } B)| =$ 戊

以下參、肆、伍三題可參考此增廣矩陣及基本列運算後的結果，以便得到正確答案。

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \text{ 且 } \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 4 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 1 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{基本列運算}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 2 & -2 & 2 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

參、Given $|D| = -1$, solve the following linear system by Cramer's rule (不使用

克拉莫法則不給分). $\begin{cases} 1x + 2y + 3z = 4 \\ 1x + 1y + 2z = 2 \\ 0x + 1y + 2z = 2 \end{cases}, D = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$.

肆、Find all solutions to the linear system

$$\begin{aligned} x + 2y + 3z - 1w &= 1 \\ x + y + 2z + 0w &= 1 \\ 0x + y + 2z + 0w &= 1 \end{aligned}$$

本試題兩面印刷

銘傳大學 97 學年度研究所碩士班招生考試

應用統計資訊學系碩士班

線性代數試題(第三節)

(第 2 頁共 2 頁)(限用答案本作答)

可使用計算機 不可使用計算機

伍、 給予以下字母及數字對應表，利用矩陣 D 如下以及 $[D \mid I]$ 經過基本列運算後得到的結果。對下列訊息解碼： 72, 49, 37, 61, 42, 37。 (必須寫下過程)

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26

陸、 (a) Find an equation of the plane passing through the given three points $A(1, 0, 1)$, $B(0, 1, 1)$, $C(1, 1, 1)$. (b) Find the area of triangle A-B-C.

柒、 寫下在 X-Y 平面上相對於原點反時針旋轉 $\pi/6$ 所對應的線性轉換矩陣 A；並求三角形三頂點 $(1, 0)$, $(0, 1)$, $(1, 1)$ 經反時針旋轉 $\pi/6$ 後三頂點的座標。

捌、 已知 T 為線性轉換且 $T((1, 1)) = (3, 2, 1)$, $T((1, 0)) = (2, 3, 1)$ ；又 U 為另一線性轉換定義為： $U((x, y)) = (2x - 3y, x + y, x - 2y)$ ：

- 求 $T((0, 1)) = ?$
- 分別寫下此兩個線性轉換所對應的矩陣？
- 是否此兩個線性轉換相等，即 $U = T$ ？
- T 是否為一對一 (1 to 1)？
- T 是否為映成 (onto)？

玖、 Three competing companies (A, B, and C) offer cable television service to a city of 30,000 households. The change in cable subscriptions is given by

	A	B	C
Switch to A	0.5	0.2	0.3
Switch to B	0.2	0.6	0.2
Switch to C	0.3	0.2	0.5

In the long run, how many households choose company C?

壹拾、 Find the least-squares solutions to $Ax = y + \varepsilon$, where

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -2 \\ 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad y = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 6 \\ 8 \end{bmatrix}$$

本試題兩面印刷

試題完