

線性代數試題

(限用答案本作答)

1. 求下列矩陣的逆矩陣 A^{-1} .

16% (i) $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}$

(ii) $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

2% Let $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 5 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, Find $\det A$.

3% 24% 已知 $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

(i) 求 B 的所有特徵值 (Eigenvalues).

(ii) 求 B 的所有特徵向量 (Eigenvectors).

(iii) 求 A^{10} .

4. Find the shortest distance between the following pairs of parallel lines. $L_1: (x, y, z) = (3, 0, 2) + t(3, 1, 0)$

$L_2: (x, y, z) = (-1, 2, 2) + t(3, 1, 0)$

5. Find a basis for the following subspace of \mathbb{R}^4 .

7% $W = \text{span} \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ -4 \\ -9 \end{pmatrix} \right\}$

本試題係兩面印刷

接 下 頁

線性代數試題

(限用答案本作答)

6. 判斷下列矩陣是否為正定的 (Positive definite).

5%

(i) $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$

(ii) $\begin{bmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

(iii) $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$

7. 已知 W 是 \mathbb{R}^4 的子空間, 且 $W = \text{span} \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$

8%

(i) 求 W 的一組垂直基底 (Orthogonal basis).

(ii) 求 $\dim W^\perp$.

(iii) 求 W^\perp .

本試題係兩面印刷

試 題 結 束

試題完