

微積分 試題

(限用答案本作答)

1. 是非題, 下列敘述, 對的打 O, 錯的打 X (用答案本作答)

7%

(i)  $\frac{d \ln |x|}{dx} = \frac{1}{|x|}$ .

(ii) 若  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$  存在, 則  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ .

(iii) 若  $f'(a) = 0$  且  $f''(a) > 0$ , 則  $f(x)$  在  $x = a$  處得最大值。

(iv)  $\lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{2x}{x-3} - \frac{6}{x-3} \right) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x}{x-3} - \lim_{x \rightarrow 3} \frac{6}{x-3}$ .

(v) 若  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \infty$  且  $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = \infty$ , 則  $\lim_{x \rightarrow 0} (f(x) - g(x)) = 0$ .

(vi) 若  $f(x) > 0, \forall x$ , 則  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) > 0$ .

(vii) 若  $f$  是可微分函數且  $f(-1) = f(1)$ , 則存在一  $c, |c| < 1$ , 滿足  $f'(c) = 0$ .

(viii) 若  $y = \pi^4$  則  $\frac{dy}{dx} = 4\pi^3$ .

(ix) 若  $f'(x) = g'(x) \forall x \in (0, 1)$ , 則  $f(x) = g(x), \forall x \in (0, 1)$ .

20%

已知  $f(x) = \cos(x^4)$ , 求  $f^{(12)}(0)$  之值。

30%

求下列極限值。

(i)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{\sqrt{n}\sqrt{n+1}} + \frac{1}{\sqrt{n}\sqrt{n+2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}\sqrt{n+n}} \right)$ .

(ii)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \right)$ .

(iii)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( n \int_{\sqrt{\pi}}^{\sqrt{\pi+\frac{1}{n}}} \cos(t^2) dt \right)$ .

本試題兩面印刷

接 下 頁

4. 求下列函數的導數  $(\frac{dF(x)}{dx})$  .

5.0%

(i)  $F(x) = |\cos x|$  .

(ii)  $F(x) = -X^{\sqrt{x}}$  .

(iii)  $F(x) = \int_{x+1}^2 t^2 e^t dt$  .

5.0%

求下列積分 .

(i)  $\int_0^{\pi/4} x \sin 2x dx$  .

(ii)  $\int \frac{1}{x^2-4} dx$  .

(iii)  $\int_0^{\pi/2} e^{\cos x} \sin x dx$

(iv)  $\int_0^{\sqrt{2}} [x + \frac{1}{2}] dx$  , 其中  $[ ]$  表高斯符號 .

6.0%

求曲線  $x = y^2$  與直線  $4x - 3y = 1$  所圍出封閉區的面積  $A$  .

試題結束