

注意：每題十分

1. 已知  $f(x) = \begin{cases} ax+b, & \text{若 } x > 2 \\ x^2, & \text{若 } x \leq 2 \end{cases}$ ，決定  $a$  與  $b$  之值，使得  $f(x)$  在區間  $(-\infty, \infty)$  可微分。
2. 求  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n}{n^2+1^2} + \frac{n}{n^2+2^2} + \cdots + \frac{n}{2n^2} \right)$ 。
3. 已知  $D$  是橢圓  $x^2 + 4y^2 = 16$  所包圍的區域，求  $\iint_D y^2 dA$ 。
4. 求曲線  $y^z = x^y$  於點  $(1,1)$  的切線方程式。
5. 試問函數  $f(x) = x^3 + x + 1$  的反函數  $f^{-1}$  是否存在，請說明理由。若存在，求曲線  $y = f^{-1}(x)$  於點  $(3,1)$  的切線方程式。
6. 試問函數  $f(x,y) = x^2 + 2y^2$  在圓  $x^2 + y^2 = 1$  上的那一點有極值。
7. 已知在某空間的電位分佈為  $V(x,y,z) = 5x^2 - 3xy + xyz$  試問在點  $P(1,1,1)$  的那一方向電位變化率最大且其值為何。
8. 求曲線  $x + y^2 - 1 = 0$  與  $x - y^2 + 1 = 0$  所包圍的區域面積。
9. 試問級數  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$  是否收斂，請說明理由。若收斂，求其收斂值。
10. 求  $\int_0^{\infty} e^{-\sqrt{x}} dx$ 。

試題完