

## 管理研究所

銘傳大學九十三年學年度 財務金融學系 碩士班招生考試

### 風險管理與保險學系

### 微積分 試題

1. 是非題，下列敘述，對的打 ○，錯的打 ×。(14%)

(i) 若  $y = (x^8 + 4x)^3$ ，則  $D_x^{25} y = 0$ 。

(ii) 若  $f'(x) = g'(x), \forall x$ ，則  $f(x) = g(x), \forall x$ 。

(iii) 若  $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L$ ，則  $f(c) = L$ 。

(iv) 若  $f(x) \neq g(x), \forall x$ ，則  $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$  與  $\lim_{x \rightarrow c} g(x)$  一定不相等。

(v) 若  $\int_a^b [f(x)]^2 dx = 0$ ，則  $f(x) = 0, \forall x \in [a, b]$ 。

(vi) 若  $f$  是可微分函數，則  $\int f'(x) dx = f(x)$ 。

(vii) 若  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  收斂且  $a_n > 0, n = 1, 2, \dots$ ，則  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{a_{n+1}}{a_n} \right) < 1$ 。

2. 求下列極限值。(5%)

(i)  $\lim_{x \rightarrow 0} (\ln x - \ln \sin x)$

(ii)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{3}{2n} \right)^{2n}$

(iii)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{\sin 4x}$

(iv)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\sin x)^{\tan x}$

(v)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}+x} \sin^4 t dt \right)$

3. 求下列函數  $f$  的導函數 (即求  $f'$ )。 (20%)

(i)  $f(x) = x^{2x+1}$

(ii)  $f(x) = [2x^2 + 1]$  , 其中  $[ ]$  表高斯符號

(iii)  $f(x) = \sin^{-1}(4x^2 + 1)$

(iv)  $f(x) = \int_{3x}^0 t^3 \cos t \, dt$

(v)  $f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{當 } x \text{ 是有理數} \\ -x^2, & \text{當 } x \text{ 是無理數} \end{cases}$

4. 求下列積分。 (20%)

(i)  $\int_0^1 (4x+1)^3 \, dx$

(ii)  $\int_0^1 x^2 e^x \, dx$

(iii)  $\int_0^{4\pi} |\cos 2x| \, dx$

(iv)  $\int_1^2 \frac{5x+3}{x^3 - 2x^2 - 3x} \, dx$

(v)  $\int_0^{\frac{1}{3}} \sqrt{4-9x^2} \, dx$

5. 已知  $f(x) = x + \frac{4}{x-2}$  , (20%)

(i) 試問  $f$  在何處遞增, 何處遞減?

(ii) 試求  $f$  的相對極大值與相對極小值?

(iii) 試問  $y = f(x)$  圖形在何處上凹 (Concave up), 何處下凹 (Concave down)?

(iv) 試描繪出  $y = f(x)$  圖形。

6. (i) 求  $f(x) = \ln 2x$  在  $x_0 = \frac{1}{2}$  點的泰勒級數 (Taylor series)。 (7%)

(ii) 計算  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2 \cdot 2} + \frac{1}{2^3 \cdot 3} + \frac{1}{2^4 \cdot 4} + \frac{1}{2^5 \cdot 5} + \dots$  之值。 (4%)