

# 銘傳大學 100 學年度研究所碩士班招生考試

## 企業管理學系碩士班(乙組)

### 第三節

#### 微積分(乙)試題

(第一頁共二頁)(限用答案本作答)

可使用計算機 不可使用計算機

一、單選題(每題 3 分,共 18 分,答案請寫在答案本上)

1. 請問  $\frac{d}{dx}a^x = ? (a > 0)$

(a)  $xa^{x-1}$  (b)  $\frac{1}{x+1}a^{x+1}$  (c)  $a^x \ln a$  (d) 以上皆非。

2. 請問  $\frac{d}{dx} \int_0^{2x} \ln(1+u) du = ?$

(a)  $\int_0^{2x} \frac{1}{1+u} du$  (b)  $2\ln(1+2x)$  (c)  $\ln(1+2x)$  (d)  $\int_0^2 \ln(1+u) du$ 。

3. 若函數  $f$  在  $a$  點連續,則下列何者不一定會對。

(a)  $f(a)$  有定義 (b)  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$  存在 (c)  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$  (d)  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$  存在。

4. 若合成函數  $f(g(x))$  為可微分函數,則  $\frac{d}{dx} f(g(x)) = ?$

(a)  $f'(x)g(x)$  (b)  $f'(g(x))$  (c)  $f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$  (d)  $f'(g(x))g'(x)$ 。

5. 函數  $f$  在  $[a, b]$  可積分,  $k$  為常數,  $c \in (a, b)$ , 下列何者不為真?

(a) 若  $b > a \geq 0$ , 則  $\int_a^b f(x) dx \geq 0$  (b)  $\int_a^b kf(x) dx = k \int_a^b f(x) dx$  (c)  $\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$

(d)  $|\int_a^b f(x) dx| \leq \int_a^b |f(x)| dx$ 。

6. 求  $\lim_{x \rightarrow 0} (x-1)[x] = ?$  (此處  $[x]$  為高斯函數) (a)  $-1$  (b)  $0$  (c)  $1$  (d) 以上皆非。

二、請求下列的極限(每題 4 分,共 20 分)

1.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{6-x} - 2}{\sqrt{3-x} - 1}$ 。

2.  $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{|x-3|}{x-3}$ 。

3.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 1}{5x^2 + x - 4}$ 。

4.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \dots + \sqrt{n}}{\sqrt{n^3}}$ 。

5.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + x^2 + x^3 + \dots + x^n - n}{x - 1}$ ,  $n$  為正整數。

本試題兩面印刷

銘傳大學 100 學年度研究所碩士班招生考試

企業管理學系碩士班(乙組)

第三節

微積分(乙)試題

(第二頁共二頁)(限用答案本作答)

可使用計算機 不可使用計算機

三、求下列相關微分的問題。(每題 4 分, 共 20 分)

1.  $y = (x^5 + 2x^2 + \sqrt{x})^2$ , 求  $\frac{dy}{dx}$ 。

2.  $\frac{d^{99}}{dx^{99}} \sin 2x = ?$

3.  $y = \ln(\ln x)$ , 求  $\frac{dy}{dx}$ 。

4.  $y = x^{\ln x}$ , 求  $\frac{dy}{dx}$ 。

5.  $y = e^{x^2 + \frac{1}{x}}$ , 求  $\frac{dy}{dx}$ 。

四、求下列相關積分與不定積分的問題。(每題 4 分, 共 20 分)

1.  $\int x e^{-x} dx$ 。

2.  $\int \frac{\cos(1/x)}{x^2} dx$ 。

3.  $\int_{-1}^1 \sqrt{1+|x|} dx$ 。

4.  $\int \frac{dx}{e^x - e^{-x}}$ 。

5.  $\int_0^1 \int_0^{y^2} 2ye^x dx dy$ 。

本試題兩面印刷

五、綜合題 (共 22 分)

1. 試求出函數  $f(x) = x^4 - 6x^2$  之相對極值與反曲點。(10 分)

2. 試求函數  $f(x, y) = xy e^{-x^2 - y^2}$  在限制條件  $xy = 2$  下的極大值。(6 分)

3. 求無窮級數  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2e)^{n-1}}{n!} = ?$  (6 分)

試題完