

銘傳大學九十學年度大學推薦甄選入學考試

(應統系)

數學學科 試題

第一部份：選擇題(每題 8 分)

某班學生 50 人，分成 A、B 兩組，某次考試成績統計如下：A 組 20 人中平均成績 75 分標準差 8 分，B 組 30 人中平均成績 80 分標準差 6 分，則

1. 全班成績的平均分數為_____。
(A) 76 分 (B) 77 分 (C) 77.5 分 (D) 78 分 (E) 79 分
2. 全班成績的標準差最接近下列哪一個數？_____。
(A) 7.29 (B) 7.03 (C) 7.12 (D) 6.9 (E) 6.83

第二部分：填充題(每個空格 8 分)

3. 對所有實數 x ， $\frac{2x^2 + 2kx + 2}{x^2 + x + 1} > 1$ 恆成立，求 k 之範圍_____。
4. 已知 $\pi/2 < \beta < \alpha < 3\pi/4$ ， $\cos(\alpha - \beta) = 12/13$ ， $\sin(\alpha + \beta) = -3/5$ 則 $\sin 2\alpha =$ _____。
5. 解不等式 $(x + 2) \cdot (2x - 3)^4 \cdot (x - 4)^3 \cdot (x + 1) \geq 0$ ，得解為_____。

第三部份：計算題(每題 15 分，共計 60 分)

6. 根據 a 值討論方程組
$$\begin{cases} 6x + (a - 1)y = 5a - 2 \\ (a + 6)x - 2y = -7a - 22 \end{cases}$$
 的解
7. 導出總和 $S_n = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + n \cdot (n + 1)$ 的公式，並以數學歸納法證明你的公式是正確的。
8. 畫出平面上滿足不等式 $|x| + 2|y| \leq 4$ 的 (x, y) 點所在之區域圖形。
9. 平面上二點 A, B 距離為 10 公分。現分別以 A, B 為圓心，線段 AB 長度為半徑畫兩個圓。求此二圓相交部分之面積。

參考公式及可能用到的數值

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

1. 一元二次方程式的公式解：

2. 通過 $(x_1, y_1)(x_2, y_2)$ 的直線斜率 $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

3. 等比數列 (ar^{n-1}) 的前 n 項之和 $S_n = \frac{a \cdot (1 - r^n)}{1 - r}$, $r \neq 1$.

4. $\triangle ABC$ 的正弦及餘弦定理

(1) $a/\sin A = b/\sin B = c/\sin C = 2R$, R 為外接圓的半徑(正弦定理)

(2) $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$ (餘弦定理)

5. 統計公式

算數平均數

$$M(= \bar{X}) = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

標準差

$$S = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \bar{X}^2}$$

相關係數

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})(y_i - \bar{Y})}{n \cdot S_x S_y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})(y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{Y})^2}}$$

其中 S_x 為變量 X 之標準差， S_y 為變量 Y 之標準差

6. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.4142$ ； $\sqrt{3} \approx 1.7321$ ； $\sqrt{5} \approx 2.2361$ ； $\sqrt{7} \approx 2.6458$

7. 對數值： $\log_{10} 2 \approx 0.3010$ ， $\log_{10} 3 \approx 0.4774$ ， $\log_{10} 5 \approx 0.6990$ ， $\log_{10} 7 \approx 0.8451$