

銘傳大學九十學年度二年制在職進修專班招生考試

第一節

微積分 試題

1. 若  $f(x) = \frac{6x}{x^2 - 9}$  且  $g(x) = \sqrt{3x}$  求(1)  $(f \circ g)(4)$  (2)  $(f \circ g)(x)$  及其定義域。

(10%)

2. 試求下列各極限 (65%)

(1)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{2}}{x - 2}$

(2)  $\lim_{\substack{(x,y) \rightarrow (4,3) \\ x-y \neq 1}} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y+1}}{x - y - 1}$

(3)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{[x+1] + |x|}{x}$  , []表高斯符號

(4)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 2}}{6x - 5}$

(5)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 3x - 1} - \sqrt{x^2 - 3x - 1})$

(6)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(\ln x)}{\ln x}$

(7)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{\sin x} \right)$

(8)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + 2x)^{\frac{1}{2 \ln x}}$

(9)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x \int_3^x \frac{\sin 2t}{2t} dt}{x - 3}$

(10)  $\lim_{t \rightarrow \infty} \int_1^t \frac{\ln x}{x^2} dx$

(11)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left( \sqrt{\frac{1}{n}} + \sqrt{\frac{2}{n}} + \sqrt{\frac{3}{n}} + \dots + \sqrt{\frac{n}{n}} \right)$

(12)  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{x^2 + y^2}$

(13)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 \int_0^1 (xy)^n dx dy$

3. 試求曲線  $x = \int_0^y \sqrt{\sec^4 t - 1} dt \left( -\frac{\pi}{4} \leq y \leq \frac{\pi}{4} \right)$  的長度。(10%)

4. 試利用微分求  $f(x, y) = \ln(x - 3y)$  在點(6.9, 2.06)的近似值。(10%)

5. 試利用均值定理證明  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+2} - \sqrt{x}) = 0$ 。(5%)

試題完